

城市轨道交通列车时刻表和车底运用计划研究进展与综述

杨立兴¹, 田小鹏², 周厚盛¹

(1. 北京交通大学 系统科学学院, 北京 100044; 2. 兰州交通大学 交通运输学院, 兰州 730070)

摘要: 列车时刻表与车底运用计划是城市轨道交通运营规划的重要环节,也是运营企业实现降本、增效、提质的基础。围绕该领域的最新研究进展,从研究问题、建模方法和求解算法三个方面,对列车时刻表和车底运用计划问题进行了系统梳理和综述。在研究问题方面,既有文献侧重于列车时刻表优化、时刻表与车底运用协同优化,以及可变编组条件下的列车时刻表优化。在建模方法方面,文献主要采用一般整数规划和离散时空网络两类方法。在求解算法方面,启发式方法因其操作简便、灵活高效而被广泛应用;精确算法因能提供全局搜索和求解质量的评估机制,成为当前常用的方法;此外,强化学习方法在求解上述问题中也得到初步应用。未来研究需要关注通信、控制等技术变革带来的列车运营模式创新及其衍生的新问题,探讨城市轨道交通与其它交通方式的一体化融合,设计高性能求解算法以应对大规模城市轨道交通运营管理问题的计算挑战。

关键词: 城市轨道交通;列车时刻表;车底运用计划;建模方法;求解算法;综述

中图分类号: U268.6

文献标志码: A

Review on Train Timetabling and Rolling Stock Circulation Planning Problems for Urban Rail Transit Systems

YANG Lixing¹, TIAN Xiaopeng², ZHOU Housheng¹

(1. School of Systems Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. School of Traffic and Transportation, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: The train timetable and rolling stock circulation plan are crucial aspects of urban rail transit operation planning which serve as the foundation for operating companies to reduce costs, improve efficiency, and enhance quality. This paper systematically reviews and summarizes the latest research advancements in the field of train timetabling and rolling stock planning problems. The review is organized from three perspectives: studied problems, modeling methods, and solution algorithms. In terms of studied problems, existing literature focused on train timetabling optimization, the joint optimization of the train timetable and rolling stock circulation plan, and train timetabling optimization with variable train compositions. Regarding modeling methods, conventional integer programming and discrete space-time network approaches have emerged as the two mainstream approaches for modeling train timetabling and rolling stock circulation planning problems. In terms of solution algorithms, heuristic methods are widely applied due to their simplicity, flexibility, and efficiency in solving train timetabling and rolling stock circulation planning problems. Exact solution algorithms, which offer global search and solution quality assessment mechanisms, are currently mainstream. Additionally, reinforcement learning methods have also been preliminary applied to solving the aforementioned problems. Future research needs to focus on the innovation of train operation modes brought about by

technological changes in communication, control, and other areas, as well as the new problems derived from them. It is necessary to explore the integration of urban rail transit with other transportation modes, and design high-performance solving algorithms to address the computational challenges of large-scale urban rail transit operation management issues.

Key words: urban rail transit; train timetable; rolling stock circulation plan; modeling method; algorithm; literature review

作为现代城市公共交通系统的重要组成部分,城市轨道交通(以下简称城轨)以其运量大、速度快、准点率高、绿色环保等特点,在疏散高峰客流、提高城市交通效率、缓解交通拥堵和减少环境污染等方面发挥着不可替代的作用^[1]。在全球众多国际化大都市,如北京、上海、纽约、伦敦、新加坡等,城市轨道交通均已成为骨干运输方式,充分体现了其在现代化城市发展中的关键作用。近年来,我国城市轨道交通实现了跨越式发展。截至 2023 年底,已有 59 座城市开通了城轨线路,总运营里程超过 1 万 km。目前,北京城轨运营里程已超 900 km,日均开行列车逾 10 000 列次,日均客运量超 900 万人次^[2]。在如此庞大的运营规模与高频次的出行需求下,如何科学、高效地组织列车安全运行,确保乘客顺畅出行,成为提升服务品质与运营效率的关键。该问题不仅对运营方的管理和调度提出了更高的要求,也直接影响到乘客的出行体验与安全,具有重要的现实意义。

城轨系统涵盖了工务、车务、机务、电务、车辆等多个子系统,这些子系统相互依存、动态交互,展现出层次性、动态性及不确定性并存的特征,构成了一个典型的复杂巨系统。在此背景下,城轨运营规划无疑是一项极具挑战性的任务,它要求各子系统之间安全作业、有序协调,以达到运营成本最低、乘客出行效率最高的双重目标。传统方法是将其分解为多个有序规划阶段^[3](如图 1 所示),分层逐步决策。在此过程中,列车时刻表编制和车底运用计划编制是两个关键环节,前者规定了列车在各站的到发时刻,后者需确定车底周转及运行计划。两者直接关系着乘客的出行满意度与运营成本盈亏平衡,是决定城轨高质量运营的重要环节。因此,制定科学的列车时刻表与车底运用计划,不仅是提升乘客服务水平、增强市场竞争力的必要之举,更是企业实现降本增效、可持续发展的关键所在。

从运筹学角度分析,列车时刻表与车底运用计划的编制,均属于组合优化的范畴,为非确定性多项式难(nondeterministic polynomial-time hard, NP-

Hard)问题,求解过程复杂且难度较高^[4]。鉴于上述问题的复杂性及其在运营中的重要性,这两类问题长期以来都是学术界与产业界关注的焦点。截至目前,大量学者对相关问题进行了深入探索,并取得了丰硕的研究成果。然而,随着城轨网络的持续扩展以及乘客对出行品质要求的不断提升,列车时刻表的精细化编制以及车底运用的高效管理面临着日益复杂且多变的局面。与此同时,列车全自动运行、虚拟编组等前沿技术的迅速发展,也正逐步颠覆传统的城轨运营管理模式。这些新兴技术和全新场景进一步加剧了上述问题的复杂性,城轨高效运营面临新的严峻挑战。为此,系统梳理和总结现有研究成果,明晰当前研究瓶颈,将为管理者在新技术浪潮的推动下,构建适应复杂环境、高效且可持续的城轨运营方法与技术体系提供有效的理论支持。

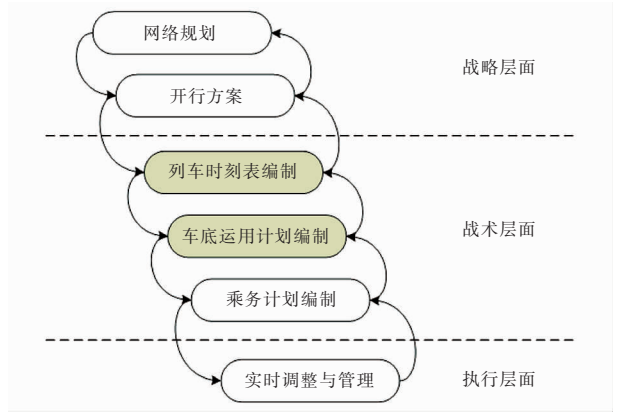


图 1 城轨运营规划过程

Fig. 1 Urban rail transit operations planning process

1 重点关注的问题

面向列车时刻表和车底运用计划优化,大量学者已从不同角度对诸多派生问题开展了针对性的研究。为清晰起见,下面将主要对三类问题进行归纳综述,包括列车时刻表优化、时刻表与车底运用协同优化,以及可变编组条件下的列车时刻表优化。

1.1 列车时刻表优化问题

在城轨系统中,列车时刻表的优化常常受制于轨道线路、列车装备、信号设备等基础设施,且与时

变和随机客流需求密切相关。在满足基础设施要求的前提下,列车时刻表优化需遵循“按流开车”的原则,即在高峰时段增加列车开行频次,平峰时段则适当减少,从而最大限度地实现运能供给与乘客需求的匹配。为简化问题,早期的研究和实践通常根据不同时段的最大断面客流计算列车发车频率,并以此为基础均匀分配各时段内列车的发车时刻,从而生成全天的列车时刻表。然而,随着客流需求的持续增长,其时空分布不均衡特征愈加明显,编制精细化列车时刻表成为满足差异化出行需求的关键方法之一。近十年来,众多学者在此背景下,对不同研究对象和应用场景开展了广泛研究。

首先,面向单线路场景,现有文献针对各起讫点(origin-destination, OD)的时变需求,考虑客流和车流动态耦合关系,研究了基于需求驱动的列车时刻表优化问题。例如, Niu 等^[5]较早考虑了过饱和的 OD 时变客流需求,深入剖析了列车与乘客之间的动态交互关系,构建了包含列车安全间隔、客流需求加载和车底数量限制等约束条件,以极小化乘客等待时间为优化目标的非线性整数规划模型。Barrena 等^[6]针对单方向列车时刻表优化问题,在 OD 时变客流数据的驱动下,考虑了列车安全运行约束和无列车能力限制的客流需求加载约束,构建了旨在极小化乘客等待时间的整数线性规划模型。Sun 等^[7]引入“等效时间”概念重构了列车运行与乘客出行之间的耦合关系,针对无列车能力约束、有列车能力约束和平峰/高峰差异间隔约束三类场景,分别构建了以极小化乘客等待时间为目标的混合整数线性规划模型。Yin 等^[8]以极小化列车能耗成本和乘客等待时间为目标,协同优化了列车运行速度曲线和站点到发时刻,针对常规列车牵引场景和再生制动能量利用场景,分别构建了整数规划和混合整数线性规划模型。此外,面向客流分布严重不均衡的场景, Schettini 等^[9]采用灵活的中间站折返策略,基于时空网络建模方法,构建了涵盖列车折返、安全运行和客流加载等约束条件,以极小化乘客等待时间为目标的混合整数线性规划模型,旨在提高大客流区段的运输能力。鉴于大多数城轨线路通常不具备列车越行条件,且一般采用常规固定的编组模式,上述研究因此未考虑列车越行情况,并仅关注单一固定编组下的列车运行方式。

随着轨道交通的快速发展,许多大城市轨道交通系统业已成网,网络环境下的列车时刻表优化问题因此也受到广泛关注。与单线路场景相比,网络

化列车时刻表优化问题需要进一步考虑乘客换乘、多线路协调等复杂因素,因而增加了模型构建和算法设计的难度。针对换乘等待时间不公平问题, Wu 等^[10]以极小化所有换乘方向上最长乘客等待时间为目标,协同优化了各线路上的列车出发时刻、运行时间和停站时间,从而提升了乘客换乘等待时间的公平性。针对高峰时段换乘站的拥挤场景, Yin 等^[11]首先结合候车人数与车站容纳能力提出了“车站拥挤度”的概念,构建了网络条件下 OD 时变客流加载约束、安全间隔约束、车底周转约束等,以极小化所有车站中的最大拥挤度为目标,为网络列车时刻表优化问题构建了非线性优化模型,并通过引入连续辅助变量,将原模型等价地转化为混合整数线性规划模型。此外,在网络环境下,首末班列车时刻表的协同优化对保障乘客出行的顺畅性与可达性至关重要。徐瑞华等^[12]分析了首末班列车时刻表协同编制的必要性,从多线路换乘接续的可达性和合理性两方面为该问题构建了多方向列车换乘衔接模型,并根据早晚间的客流特点提出了首末班列车发车时间域的计算方法。Kang 等^[13]通过分析末班列车运行机理,构建了以末班列车运行要求为约束,以极大化乘客换乘衔接间隔为目标的非线性规划模型,旨在协同优化末班列车的衔接次数和乘客的换乘等待时间。进一步,针对首班列车时刻表优化问题, Kang 等^[14]通过分析列车衔接和乘客换乘规律,建立了以极小化乘客换乘等待时间为目标的混合整数规划模型。另外, Yang 等^[15]在末班列车协同优化问题中,考虑了乘客出行路径选择行为,并利用时空网络刻画多线路列车的运行过程和乘客的出行行为,构建了以极大化乘客出行可达性为目标的整数线性规划模型。考虑到网络化列车时刻表优化问题的复杂性及城轨运营的实际环境,上述研究均在固定列车编组和预设列车交路的条件下,对不同线路列车时刻表进行协同优化。

在日常运营中,城轨系统会受到诸多不可预见因素的干扰,从而扰乱甚至中断既定运营计划。为快速应对运营干扰,通常需要调度员在极短时间内,根据当前运营状况动态迅速调整列车时刻表,使城轨系统尽快恢复至正常运营状态。Cadarsó 等^[16]针对网络环境下的运营中断问题,采用多项 Logit 模型确定了乘客的出行路径,并以此为输入条件,为列车运行调整问题构建了整数线性规划,旨在通过调整列车编组和时刻表极小化乘客延误成本、列车运行成本及与原始方案偏离成本。柏赞等^[17]考虑列

车运行晚点的场景,在安全运行前提下,构建了以减少列车总晚点时间和提高列车到发均衡性为优化目标的非线性列车运行调整模型,以确保城轨系统的服务水平和安全性。Yin 等^[18]以拥挤线路上列车干扰场景为研究对象,采用非齐次泊松分布刻画乘客随机到站情况,为随机场景下的列车运行调整问题构建了以极小化乘客延误时间、旅行时间和列车能耗为目标的随机整数规划模型。此外,针对运营中断导致乘客严重滞留的场景,Gao 等^[19]提出了跨站停车策略以加速列车周转和疏散站台滞留乘客,并以极小化列车运行时间和剩余乘客数量为目标,为列车运行调整问题构建了双目标混合整数规划模型。显然,在干扰条件下,调整列车到发时刻是恢复城轨运营系统的重要措施,也是上述研究普遍采用的策略。此外,上述部分研究进一步对列车编组和停站方案进行了调整,以提高系统的恢复效率。

在北京、上海等国际化大都市,早晚高峰期间的客流需求通常较为强烈。受此影响,部分车站或列车在高峰时段常出现过度拥挤或严重超载现象,给乘客出行带来了潜在的安全隐患。为此,近年来一些学者开展了客流控制策略方面的研究,并将其与列车时刻表优化相结合,协同生成最优的列车运行方案,以缓解站台拥堵、降低运营风险。例如,Li 等^[20]考虑了集成客流控制策略的列车动态调度问题,目的是在控制列车超载的前提下,通过极小化列车时刻表偏移,提高发车间隔的稳定性和列车旅行速度,并采用模型预测控制方法进行求解。Shi 等^[21]考虑过饱和和客流的动态特征,建立了可避免站台拥挤的客流控制约束,并以极小化乘客总等待时间为优化目标,构建了协同优化列车时刻表与客流控制策略的整数线性规划模型。Liang 等^[22]考虑了随机客流需求下的列车时刻表与客流控制协同优化问题,为了保证乘客出行的基本要求,引入了基于客流控制的服务水平约束,建立了以极小化乘客期望出行时间成本和列车运营成本为目标的随机混合整数规划模型。贾斌等^[23]结合大小交路开行方案与客流控制策略研究了列车时刻表优化问题,通过考虑客流的不确定性和基于客流演化与列车运行的动态关系,建立了以极小化滞留乘客数量、客流控制人数、列车运行时间,以及极大化列车资源利用率为目标的优化模型。另外,在“预约-响应”机制下,张松亮等^[24]研究了需求响应与列车运行计划协同优化问题,通过综合考虑列车运行、运输能力、编组情况、客流分布等影响因素,建立了以极小化乘客出行成

本和列车运行成本为目标的非线性优化模型。上述研究本质上是通过结合供给侧优化与需求侧控制来缓解高峰需求带来的运输压力,其中在供给侧优化方面,除了列车时刻表(或列车频率)的调整外,还综合考虑了大小交路安排、列车编组等其他因素,从而实现了对运输资源的更有效配置和调度。

在平峰时段,许多大城市的轨道交通系统载客率相对较低,运力较为虚糜。为了充分利用平峰时段闲置的列车运力,一些学者开始研究地下物流运输模式,即如何利用空闲运力进行货物运输。从文献上看,目前针对城轨系统提出了三类客货共运模式:1)在非高峰时段直接开行货运专列,2)在客运列车中连挂货物专用车厢,3)将客运列车的部分车厢临时改装为货运车厢。针对上述客货共运模式,现有文献开展了面向货物需求的列车时刻表优化研究。例如,An 等^[25]考虑车厢改装模式,采用 Wasserstein 模糊集刻画货物需求的不确定性,考虑了车站货运车厢数量、始发站发车时刻、区间运行时间和列车停站状态等决策变量,构建了以极小化运营成本为目标的分布鲁棒机会约束模型。Ozturk 等^[26]考虑了货运专列模式,构建了以货物列车到发时刻和货物需求装载状态为决策变量,以极小化货物延误为目标的混合整数线性规划模型。Sahli 等^[27]针对地铁网络环境,考虑了车厢改装模式,并在给定了列车始发站出发时刻的前提下,通过优化列车停站时间以满足货物装载的要求。Li 等^[28]结合货运专列和车厢改装两种模式,考虑了列车运行要求和货物装载约束,通过优化货运专列开行数量、列车编组、客车混装车厢数量、到发时间和货物装载方案,从而极大化地铁运营企业的收益。总体而言,从提升城轨企业经济效益和物流运输效率的角度来看,客货共运模式已经成为突破传统客运模式的一类潜在方案。但需要说明的是,该模式也将会使城轨系统的日常组织与管理变得更为复杂,并将衍生出一系列值得关注的新问题。

1.2 列车时刻表与车底运用协同优化问题

在实际运营中,列车时刻表可为乘客提供详尽的时空位移服务方案,直接关系到乘客的出行质量,而车底运用计划则是列车时刻表得以顺利实施的关键环节。通常情况下,车底运用计划要求在车辆段(或停车场)位置、车底数量等因素的约束下,为每个列车服务分配一个可行的车底^[29-31],其目的是以最少的车底数量完成列车时刻表规定的运输服务,从而减少系统的运营成本。由此可见,车底运用计划

与列车时刻表具有高度的关联性:一方面,列车时刻表为车底运用计划提供了运营时间框架,车底运用计划需确保在关键的到发时刻配置合理可行的车底;另一方面,列车时刻表的可行性受到车底运用计划的制约,即缺少有效车底运用计划支撑的列车时刻表无法为乘客提供切实可行的出行服务。为简化问题,传统方法通常将二者视为两类子问题依次进行求解,这种处理方式虽然简单,但无法获得同时兼顾运营成本和服务质量的列车运行计划。因此,针对列车时刻表和车底运用计划进行协同优化,有助于提升城市轨道交通系统的整体运营效率和服务质量,从而形成系统优化层面的解决方案。

与依次独立优化相比,协同优化由于需要同时集成列车时刻表与车底运用两类决策变量,显著增加了问题的复杂性。目前,针对单线路场景的协同优化问题,现有研究取得了较为丰硕的成果;同时,针对网络化条件下多车场的复杂环境,也有少量研究进行了初步探索。例如,Wang等^[32]以单车场双向城轨线路为研究对象,考虑列车发车间隔、折返时间、车底数量等约束条件,构建了以极小化列车平均满载率与最大满载率偏差、相邻列车发车间隔偏差及车底出入车场次数为目标的混合整数非线性规划模型。Liu等^[33]针对过饱和城轨线路,采用到达率表示动态客流需求,研究了客流控制策略下列车时刻表与车底运用计划协同优化问题。Shi等^[34]针对单车场城轨线路,在优化列车时刻表和车底运用计划过程中,引入最大间隔函数来保证列车运营计划的服务质量。Yin等^[35]考虑网络环境下多线路共用车辆段的情况,研究了各线路车底数量配置、车底运用计划及列车时刻表的协同优化问题。

轨道交通能耗巨大,导致节能减排面临较大的压力。已有研究提出了两种常用的列车节能方法:1)列车速度曲线优化,2)再生制动能量优化。前者在保证列车运营安全的前提下,从多种列车速度曲线中选择牵引能耗最小的曲线,从而降低列车在区间内的牵引能耗。后者通常有两种实现途径:一种是通过调整同一供电区间内不同列车的牵引和制动重叠时间,使得制动列车产生的再生能量能够被牵引列车及时利用;另一种是通过储能装置将再生能量储存起来,以供后续牵引列车使用。由于列车节能与时刻表以及车底运用密切相关,近年来部分学者开始致力于以节能为目标的列车时刻表与车底运用协同优化问题。例如,Mo等^[36]针对车辆段在两端的双向城轨线路,以极大化列车的牵引制动重

叠时间和成功衔接的车次数量为目标,构建了节能时刻表与车底运用计划混合整数非线性规划模型。Huang等^[37]以单车场城轨线路为研究对象,研究了列车速度曲线选择、列车时刻表及车底运用计划协同优化问题。Wang等^[38]以列车速度曲线选择、各车站到发时间、车底是否出入库和车底是否成功接续为决策变量,考虑相邻列车发车间隔偏差、车底出库次数及能量消耗三部分目标,为城轨线路节能时刻表与车底运用计划的协同优化构建了混合整数非线性规划模型。

为进一步提升城轨服务质量,一些学者将开行方案中的部分决策变量(如交路方案、停站方案)与列车时刻表和车底运用计划相结合,研究了更为复杂的协同优化问题。例如,Yuan等^[39]考虑了车辆段位于两端的城轨线路,研究了大小交路、列车时刻表和车底运用计划三者的协同优化问题。Zhao等^[40]基于动态OD客流,以极小化乘客等待时间和车底运营时间为目标,研究了单线路单车场条件下列车停站方案、时刻表和车底运用协同优化。Mo等^[41]针对方向不均衡的客流需求,研究了单线路双车场环境下列车频率、速度曲线、到发时刻和车底运用的协同优化问题,为该问题构建了以极小化能耗成本和乘客等待时间为目标的整数规划模型。Gong等^[42]考虑列车牵引与制动重叠时间,以极小化乘客等待时间和能耗成本为目标,为大小交路、节能时刻表和车底运用计划的协同优化问题构建了非线性整数规划模型。

1.3 可变编组条件下的列车时刻表优化问题

连接中心城区与周边郊区的城轨线路,通常会出现明显的潮汐现象:早高峰时,进城方向客流需求较大,出城方向客流需求较少;而在晚高峰时,则呈现相反的特征。针对这种不均衡的客流需求,传统成对单一编组模式容易导致高峰期小客流方向出现运力浪费现象。因此,有学者研究了可变编组情况下的列车时刻表与车底运用协同优化方法,旨在根据不同方向、不同时段客流特征,灵活改变列车编组类型,动态调整列车容量,以实现客流需求与运输能力之间的高度匹配。一般地,可变编组包含多编组和灵活编组两种运输组织模式,二者的主要区别在于联挂/解编的位置不同:多编组通常仅在车辆段进行列车改编操作;灵活编组则可以在满足车底作业条件的各个位置进行联挂或解编。目前,北京地铁大兴机场线采用了多编组模式,其在平峰时段运行4编组列车,在高峰时段运行8编组列车。此外,上

海地铁16号线试行了灵活编组模式,其在工作日高峰时段执行“3+3”在线联挂/解编操作。实际运营效果表明可变编组模式为缩短列车发车间隔,提升乘客服务质量提供了条件,且能够在保证运力的同时,有效降低系统运营能耗,减少车辆走行公里数。

现有研究中,针对多编组条件,Zhou等^[43]考虑了车辆段位于两端的城轨线路,以列车编组类型、各车站到发时间、上车乘客数量、车底是否出入库以及车底是否成功接续为决策变量,考虑列车发车间隔、同编组接续、最小最大折返时间及车底数量等约束条件,构建了以极小化乘客等待时间和运营成本为目标的混合整数线性规划模型。面向多编组多交路运营模式,李正洋等^[44]以编组类型、开行的列车数量和经过弧段的乘客数量为决策变量,构建了以极小化乘客等待时间和运营成本为目标的混合整数非线性规划模型。

灵活编组条件下的列车时刻表与车底运用计划协同优化是近期研究中的热点问题。例如,Zhou等^[45]基于车辆段在两端的城轨线路,考虑列车编组类型、各车站到发时间、车底是否出入库、列车是否联挂/解编等决策变量,以极小化乘客等待时间和系统运营成本为目标,构建了混合整数非线性规划模型,并在北京地铁八通线进行了数值实验,验证了所提方法的有效性。Cadarsó等^[46]考虑列车发车时间和车底联挂/解编车站等决策变量,针对网络化运营条件下无跨线运营场景,探讨了列车时刻表与车底运用计划协同优化问题。Pan等^[47]考虑随机客流需求,采用时空网络建模方法,构建了城轨线路灵活编组模式下列车时刻表与车底运用计划两阶段随机规划模型。Zhao等^[48]以车辆段位于两端的城轨线路为研究对象,采用动态OD客流作为输入参数,考虑列车到发时间、停站时间、区间运行时间、列车编组、车底直接接续,以及联挂/解编后的接续等决策变量,以极小化乘客等待时间和系统运营成本为目标,构建了混合整数非线性规划模型。

2 建模方法

列车时刻表和车底运用计划优化问题具有明显的离散特征,如列车的到发事件发生在一系列离散的时间节点,车底资源以整车为单位进行配置等。因此,与之对应的数学优化模型通常聚焦于整数规划领域。本文将这类问题的建模方法归纳为两类:一般整数规划方法和时空网络方法。二者的主要区别在于采用不同的时间处理方式描述列车移动过

程:前者通过决策变量直接表示具体的列车到发时间,并通过组合一系列的到发时间来刻画列车运行过程;后者则将时间域离散为若干时间节点,并利用时间节点构造时空网络,通过网络中的时空路径描述列车运行轨迹。下文将对两类方法进行详细介绍。

2.1 一般整数规划方法

一般整数规划建模方法是列车时刻表和车底运用计划优化问题最主要的建模方法之一,其通常将列车运行过程和车底决策状态直接表示为整数变量。为清晰起见,以文献^[32]中的模型为基础,本文概括并总结该方法处理列车时刻表与车底运用计划优化问题的基础模型形式。考虑车辆段/停车场位于两端的双向城轨线路,线路运营方向集合为 $D = \{-1, 1\}$,其中 -1 和 1 分别为上行和下行方向。运营方向索引为 $f, f \in D$ 。 N_f 为方向 f 上的列车集合, $N_f = \{1, 2, \dots, n\}$, n 为该方向总的列车数量。列车索引为 $i, i \in N_f$ 。 K_f 为方向 f 上的车站集合, $K_f = \{1, 2, \dots, k\}$, k 为总的车站数量。车站索引为 $m, m \in K_f$ 。模型主要包含两类决策变量:列车时刻表相关的决策变量 $(A_{i,m}, D_{i,m})$,以及车底运用计划相关的决策变量 $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_{i,i'})$ 。其中, $A_{i,m}$ 为列车 i 到达车站 m 的时间, $D_{i,m}$ 为列车 i 从车站 m 出发的时间, α_i 为执行列车 i 的车底是否从车辆段/停车场出发,是为 0 ,否则为 1 ; β_i 为执行列车 i 的车底是否返回车辆段/停车场,是为 0 ,否则为 1 ; $\gamma_{i,i'}$ 为执行列车 i 的车底是否可以继续执行列车 i' ,是为 1 ,否则为 0 。基于上述符号定义,列车时刻表与车底运用计划协同优化模型(PM)构建如下。

目标函数(1)旨在极小化出库车底数量(第1项),以及实际发车间隔与期望发车间隔之间的偏差(第2项)。

$$F = \lambda_1 \cdot \sum_{i \in N_f, f \in D} (1 - \alpha_i) + \lambda_2 \cdot \sum_{i-1, i \in N_f, m \in K_f, f \in D} (A_{i,m} - A_{i-1,m} - H_{i-1,m}) \quad (1)$$

式中: λ_1 和 λ_2 分别为两部分目标的权重系数, $H_{i,m}$ 为列车 i 在车站 m 的期望发车间隔。

式(2)和式(3)分别计算列车在各车站的出发和到达时间。

$$D_{i,m} = A_{i,m-1} + d_{i,m}, \forall i \in N_f, m \in K_f, f \in D \quad (2)$$

$$A_{i,m} = D_{i,m-1} + r_{i,m-1}, \forall i \in N_f, m-1, m \in K_f, f \in D \quad (3)$$

式中: $r_{i,m}$ 为列车 i 从车站 m 到车站 $m+1$ 的运行时

间, $d_{i,m}$ 为列车 i 在车站 m 的停站时间。

式(4)表示列车需要满足最小和最大发车间隔要求。

$$h_{\min} \leq D_{i,m} - D_{i-1,m} \leq h_{\max}, \forall i-1, i \in N_f, m \in K_f, f \in D \quad (4)$$

式中: $h_{\min}$ 和 $h_{\max}$ 分别为最小和最大发车间隔。

式(5)表示对执行列车 i 的车底,最多只能接续执行一个相反方向的列车服务。

$$\sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i} \leq 1, \forall i \in N_f, f \in D \quad (5)$$

式(6)表示当车底没有衔接成功时($\sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i} = 0$),需要新的车底从车辆段/停车场出发以执行列车 i ($\alpha_i = 0$);反之,当车底衔接成功时($\sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i} = 1$),由已有车底继续执行列车 i ,不需要从车辆段/停车场指派新车底(即 $\alpha_i = 1$)。

$$\alpha_i = \sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i}, \forall i \in N_f, f \in D \quad (6)$$

式(7)表示当车底没有衔接成功时($\sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i} = 0$),车底需要返回车辆段/停车场($\beta_i = 0$);反之,当车底衔接成功时($\sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i} = 1$),车底不需要返回车辆段/停车场($\beta_i = 1$)。

$$\beta_i = \sum_{i' \in N_{-f}} \gamma_{i',i}, \forall i \in N_f, f \in D \quad (7)$$

式(8)和式(9)表示最小和最大折返时间限制。

$$A_{i',1,-f} - D_{i,k,f} \geq T_{\min} - M \cdot (1 - \gamma_{i,i'}), \forall i \in N_f, i' \in N_{-f}, f \in D \quad (8)$$

$$A_{i',1,-f} - D_{i,k,f} \leq T_{\max} + M \cdot (1 - \gamma_{i,i'}), \forall i \in N_f, i' \in N_{-f}, f \in D \quad (9)$$

式中: $D_{i,k,f}$ 为方向 f 上列车 i 在终点车站 k 的出发时间, $A_{i',1,-f}$ 为方向 $-f$ 上列车 i' 在起点车站 1 的到达时间, $T_{\min}$ 和 $T_{\max}$ 分别为最小和最大折返时间。

式(10)和(11)为变量属性约束。

$$A_{i,m}, D_{i,m} \geq 0 \text{ 且为整数}, \forall i \in N_f, m \in K_f, f \in D \quad (10)$$

$$\alpha_i, \beta_i, \gamma_{i,i'} \in \{0, 1\}, \forall i \in N_f, i' \in N_{-f}, f \in D \quad (11)$$

PM 模型提供了列车时刻表与车底运用计划优化问题的一般整数规划模型框架。在此基础上,可构建出许多相关问题的优化模型,如考虑客流控制的列车时刻表与车底运用计划优化^[20-23, 33, 43]、节能列车时刻表与车底运用计划优化^[36, 38],以及可变编组模式下的列车时刻表与车底运用计划优化^[45, 48]。

在上述模型中,如果将动态客流需求作为输入参数,通常会引入新的变量以刻画客流的动态变化过程,如等待乘客数量、上车乘客数量、下车乘客数量以及载离乘客数量等变量。此时,目标函数通常设定为极小化乘客等待时间,即 PM 模型中式(1)的第 2 项表示所有车站乘客等待时间总和。当上述与客流相关的变量被定义为整数类型时,所建立的模型仍为整数规划模型。通常情况下,这些变量可以松弛为连续变量,此时模型变为混合整数规划模型。例如,采用乘客到达车站-到达时间的二维矩阵作为客流需求的输入参数, Lu 等^[49]为列车时刻表与鲁棒客流控制协同优化构建了三类混合整数线性规划模型,其中第一类和第二类模型采用轻鲁棒技术处理随机到达的客流需求,第三类模型则通过离散场景集合刻画客流需求的随机特征。Chen 等^[50]将相邻列车之间到达乘客的数量作为客流输入参数,研究了城轨线路列车时刻表与停站方案协同优化问题,以极小化实际时刻表与期望时刻表之间的偏差与站台等待乘客人数为目标,构建了混合整数二次规划模型。Chai 等^[51]采用到达率表示动态客流需求,研究了灵活编组条件下列车时刻表与车底运用计划协同优化问题,并以极小化滞留乘客数量为目标,为该问题构建了混合整数线性规划模型。

2.2 时空网络方法

与一般整数规划建模方法不同,时空网络建模方法是将列车运行轨迹和乘客出行路径描述在离散的二维或多维时空网络中,进而构建基于时空弧或时空路径的优化模型。在文献[52]的基础上,仍以上节中的线路布局为研究对象,本文总结并给出基于时空网络的列车时刻表与车底运用计划协同优化问题的基础模型形式。具体地, K 为物理节点(车站和车辆段/停车场)集合, $j \in K$; $P = \{1, 2, \dots, P\}$ 为车底集合, $q \in P$; 其中 P 为车底的数量。以时间间隔 Δt 对研究时域进行离散化处理,采用 $T = \{1, 2, \dots, T\}$ 表示离散时间集合, $t \in T$ 。以此为基础构建离散时空网络,表示为 $G \in (V, A)$, 其中 V 为节点的集合, A 为弧的集合。如图 2 所示,集合 V 包含三类节点:到达节点、出发节点和时空节点。其中,到达节点表示有列车到达活动的车站或车辆段/停车场,出发节点表示有列车出发活动的车站或车辆段/停车场,时空节点表示没有发生任何活动的节点。节点索引为 (j, t) , $(j, t) \in V$ 。集合 A 包含四类与车底运用相关的弧:等待弧、运行弧、折返弧及出库/回库弧。具体定义如下:1) 等待弧:该弧连接同一车

站、车辆段或停车场内的相邻节点,用以表示车底在这些位置的停留活动。2) 运行弧:该弧连接两个相邻车站的节点,表示车底在相邻车站之间的运行过程。3) 折返弧:该弧连接同一车站的节点,表示车底在该车站进行折返换向操作。4) 出库/回库弧:出

库弧用于连接车辆段/停车场与其相邻车站的节点,表示车底从车辆段/停车场出库的活动;回库弧则用于连接车站与车辆段/停车场的节点,描述车底的回库活动。采用 (j, t, j', t') 表示连接节点 (j, t) 和 (j', t') 的弧, $(j, t, j', t') \in A$ 。

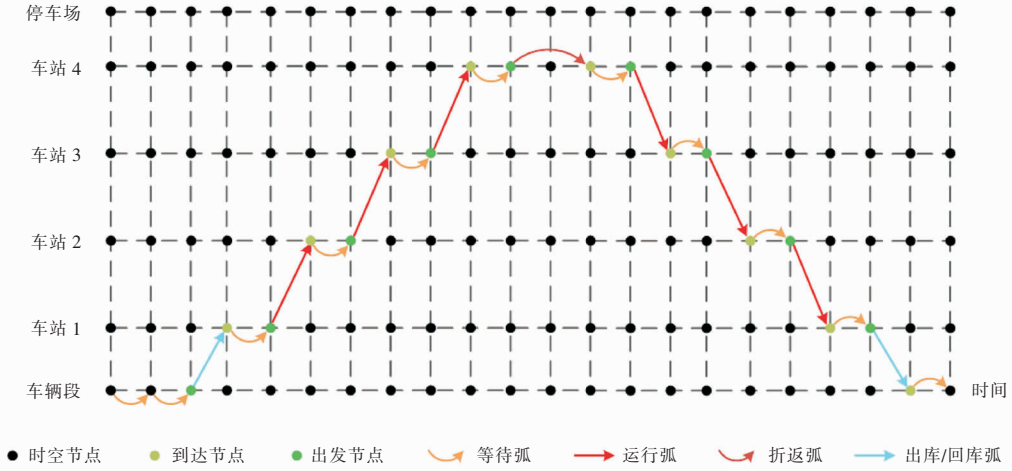


图2 时空网络示意图

Fig. 2 Schematic diagram of space-time network

在时空网络 G 中,车底运行轨迹可由一系列的节点和弧构成。图2展示了车底从车辆段出发,经过一系列的到达、出发和折返弧段,最终返回车辆段的整个过程。引入时空弧变量 $y_{j,t,j',t'}^q$ 表示车底运行过程,即 $y_{j,t,j',t'}^q = 1$ 表示车底 q 占用弧段 (j, t, j', t') , 否则, $y_{j,t,j',t'}^q = 0$ 。基于此,可构建以下基于多商品流的列车时刻表与车底运用协同优化模型,表示为 TSN。

目标函数(12)旨在极小化车底的运营成本。

$$F = \sum_{(j,t,j',t') \in A} \sum_{q \in P} c_{j,t,j',t'} \cdot y_{j,t,j',t'}^q \quad (12)$$

式中: $c_{j,t,j',t'}$ 为车底在弧 (j, t, j', t') 的运营成本。

式(13)表示车底运行轨迹的起点为车辆段/停车场。

$$\sum_{(o(q), 1, j', t') \in A_{(o(q), 1)}^+} y_{o(q), 1, j', t'}^q \leq 1, \forall q \in P \quad (13)$$

式中: $(o(q), 1)$ 为车底 q 的起始节点, $A_{(o(q), 1)}^+$ 为所有从节点 $(o(q), 1)$ 流出的弧的集合。

式(14)表示车底运行轨迹的终点为车辆段/停车场。

$$\sum_{(j, t, d(q), T) \in A_{(d(q), T)}^-} y_{j, t, d(q), T}^q \leq 1, \forall q \in P \quad (14)$$

式中: $(d(q), T)$ 为车底 q 的终止节点, $A_{(d(q), T)}^-$ 为所有流入节点 $(d(q), T)$ 的弧的集合。

式(15)为流平衡约束。

$$\sum_{(j,t,j',t') \in A_{(j',t')}^-} y_{j,t,j',t'}^q - \sum_{(j',t',j,t) \in A_{(j',t')}^+} y_{j',t',j,t}^q = 0, \quad \forall (j', t') \in V, q \in P \quad (15)$$

式中: $A_{(j',t')}^-$ 和 $A_{(j',t')}^+$ 分别为流入和流出节点 (j', t') 的弧的集合。

式(16)为发车间隔约束。

$$y_{j,t,j',t'}^q + \sum_{(j,\tau,j',\tau') \in \chi(j,t,j',t')} y_{j,\tau,j',\tau'}^q \leq 1, \forall (j, t, j', t') \in A, q \in P \quad (16)$$

式中: $\chi(j, t, j', t')$ 为弧 (j, t, j', t') 最小发车间隔和最小到达间隔内所有弧的集合, $\chi(j, t, j', t') = \{(j, \tau, j', \tau') \in A \mid 0 < \tau - t < h_d \text{ 或 } 0 < \tau - t < h_a\}$, 其中 h_d 和 h_a 分别为最小出发间隔和最小到达间隔。

式(17)为决策变量属性约束。

$$y_{j,t,j',t'}^q \in \{0, 1\}, \forall q \in P, (j, t, j', t') \in A \quad (17)$$

在 TSN 模型的基础上,可以根据具体研究的问题,引入额外的节点、弧和决策变量,从而拓展该模型在列车时刻表与车底运用计划相关问题中的应用广度和灵活性。例如,结合城轨备车选址问题, Yin 等^[53]采用离散场景集合描述客流需求的不确定特征,建立了中断场景下的城轨线路时空网络,构建了两阶段随机规划模型,其中第一阶段以极小化备车的使用费用为目标,第二阶段以极小化各场景乘客旅行时间的均值为目标。针对 Y-型城轨线路,

Wang 等^[54]考虑断面客流需求,采用时空网络建模方法,研究了虚拟编组条件下列车时刻表与车底运用计划的在线优化问题,以极小化乘客等待时间和系统运营成本为目标,构建了整数规划模型。

3 求解算法

列车时刻表与车底运用计划的编制,通常被视为大规模组合优化问题,具有极高的计算复杂度。为此,设计高性能的求解算法始终是该领域的研究重点与难点。下面将从以下三个方面对当前主要应用的算法及其发展趋势进行综述,包括启发式算法、精确算法和其他相关算法。

3.1 启发式算法

启发式算法通常根据问题的结构特征,采用基于随机与局部搜索策略的寻优规则,通过迭代计算不断寻找优质解。这类方法不依赖于严格的数学模型,能够根据具体问题特征灵活调整搜索策略,并可与其他算法或优化技术结合使用,在处理非线性、高维度等复杂问题时具有一定优势。然而,受随机和局部搜索策略的影响,启发式算法仍存在一些固有的不足,例如容易陷入局部最优、难以评估求解性能、涉及大量参数调优等。尽管如此,对于一些复杂场景下的优化问题,启发式算法仍是许多学者的优选方法。在列车时刻表和车底运用计划问题中,常见启发式算法主要包含智能算法、基于邻域搜索的启发式算法,以及问题导向的定制化算法。

在智能算法中,遗传算法、粒子群算法、模拟退火等仿生类方法,通过模拟生物进化、群体社会行为、物理变化规律等自然现象,构建了有效的随机搜索机制,在列车时刻表和车底运用计划的相关研究中得到一定程度的应用^[5,10,13,17,55]。此外,为了提升智能算法的求解效率,部分学者结合其他求解策略或优化技术,提出了基于智能算法的混合启发式算法。例如,Guo 等^[56]针对网络环境下的多周期列车时刻表优化问题,设计了结合粒子群优化与模拟退火的混合算法。该方法首先采用粒子群优化算法获得当前局部最优解,然后在此基础上利用模拟退火算法进一步进行局部搜索,通过交替迭代执行这两个过程,逐步提升解的质量,直至找到满意解。Yuan 等^[39]针对列车时刻表、车底运用计划和折返策略协同优化问题,设计了遗传算法与优化求解器相结合的混合算法,其中遗传算法用于优化列车服务数量和发车间隔,优化求解器则在给定服务数量和发车间隔的基础上,计算最优折返区段、列车到发

时间和车底运用计划。总体而言,这类算法的求解机制不依赖于数学模型和理论推导,具有较强的适用性,但因难以评价解的质量,近年来其研究热度有所下降。

与之相比,基于邻域搜索的启发式算法(如变邻域搜索、大邻域搜索、自适应大邻域搜索等)近来被许多学者用于求解列车时刻表与车底运用计划问题。例如,Gong 等^[57]针对随机环境下节能列车时刻表优化问题,提出了一种变邻域搜索算法。其采用两种扰动算子搜索列车发车频率,利用三种变邻域下降算子优化列车发车时间和速度曲线,并通过实际案例验证了所提方法的可行性和有效性。Yang 等^[58]在协同优化 Y 型线路的列车时刻表与车底运用计划时,设计了自适应大邻域搜索算法。该算法引入四种摧毁算子扩大搜索范围,采用三种修复算子重构列车运行计划,并在每次迭代中动态选择摧毁和修复算子,其计算结果在多组算例中均优于 GUROBI 求解器,验证了算法的有效性。此外,这类启发式算法也应用于其他与列车时刻表相关的优化问题,展现出良好的算法性能^[11,21,24]。然而,在求解更为复杂的大规模问题时,它们仍面临着收敛速度较慢、全局搜索能力有限等问题。

与上述具有固定求解框架的启发式算法不同,部分学者根据具体问题特征,设计了一些定制化的启发式算法。例如,Gao 等^[19]在研究面向需求的列车运行调整问题时,提出了一种定制化分解算法,其将每一列列车作为一个子问题,首先针对中断发生时已开行列车,依次计算它们的到发时间和停站方案,然后对恢复期内需要调整列车逐个计算运行方案,最终生成完整的列车运行调整计划。Wang 等^[32]针对列车时刻表与车底运用计划协同优化问题,构建了包含列车时刻表和车底运用计划两类决策变量的优化模型,提出了一种交替求解两类变量的迭代算法。该算法首先固定其中一类变量,然后求解固定变量后的原模型,以获得另一类变量的最优值。通过交替固定和求解两类变量,迭代进行求解,最终找到满意解。Wong 等^[59]针对网络环境下列车时刻表优化问题,构建了含有大量 0-1 变量的混合整数线性规划模型,并设计了基于优化求解器的启发式方法。该方法首先利用启发式策略固定模型中的部分 0-1 变量,然后利用求解器直接求解固定变量后的原模型。算法迭代执行上述两个步骤,持续更新当前最优解,直至获得最终解。这类定制化的启发式方法需要结合具体问题特征,设计针对

性的启发式策略,在特定场景下表现优异,但难以形成更具一般性的求解机制,从而限制了算法的推广能力。

3.2 精确算法

精确算法依赖于严格的数学模型和理论性质,能够通过系统性搜索得到问题最优解,常见方法包括分支定界、割平面、动态规划等。在求解大规模组合优化问题时,该类方法通常会与其他方法结合使用,以提升算法求解效率。例如,分支定界算法可以与拉格朗日松弛、列生成、Benders 分解等算法结合,形成一系列高性能的精确算法。由于这类算法能够保证求解精度,在列车时刻表与车底运用计划优化问题中得到了广泛应用,具体总结如下。

分支定界算法能够通过分支非整数变量来逐步分割解空间,利用定界和剪枝策略缩小搜索范围,并通过全面排查解空间获得整数最优解。因其较强的适用性,该方法已集成在商业优化求解器中,成功解决了许多列车时刻表与车底运用计划相关的问题^[6,7,36,48,60]。此外,为了加速求解过程,分支定界算法常与对偶分解算法相结合。其中分支定界与拉格朗日松弛的结合因其操作简便且性能优良,受到广泛青睐。例如,Zhou 等^[61]针对单线铁路列车时刻表问题,设计了集成拉格朗日松弛的分支定界算法,其核心是利用拉格朗日松弛方法为每个分支节点生成高质量下界,从而加速问题求解。Wang 等^[62]针对列车时刻表与列车路径协同优化问题,提出了基于拉格朗日松弛和分支定界算法的反馈迭代框架,其中拉格朗日松弛旨在生成列车时刻表,分支定界策略则用于排除潜在的列车冲突。对于大规模优化问题,由于每个分支节点的计算需要耗费大量时间,因此部分学者不再依赖于传统的分支定界框架,而是在次梯度算法的迭代过程中,利用拉格朗日对偶信息,设计启发式方法搜索原问题可行解^[8,15,30,33]。尽管该方法在理论上不能保证解的最优性,但在有限的计算时间内,可以为大规模问题提供满足实际运营要求的满意解。

此外,结合列生成的分支定界方法是另一种常见的精确算法,即分支定价算法。在该算法中,列生成方法用于求解原问题的线性松弛最优解,分支定界算法负责分割解空间,搜索整数最优解。执行这类算法的关键在于构建适合列生成方法的优化模型。此类模型通常包含大量的决策变量,难以通过枚举变量的方法进行有效计算,然而列生成算法通过动态添加列的方式,能够有效降低问题的复杂性,

使其具备可解性。应用该方法处理列车时刻表与车底运用计划优化问题时,通常需要将列车运行过程或车底周转过程表示为时空路径,并以所有可能的时空路径作为决策变量,构建基于路径变量的数学优化模型。然后,在分支定界框架下,利用列生成算法求解每个分支节点的线性松弛模型,并通过不断分支和剪支缩减解空间,从而获得整数最优解^[63-64]。近期,一些学者利用分支定价算法求解了灵活编组条件下的列车时刻表和车底运用计划协同优化问题。例如,Pan 等^[65]针对单车场场景,通过时空网络刻画了不同编组列车的运行路径,构建了基于时空路径的混合整数线性规划模型,利用列生成算法求解线性松弛模型,使用标号算法产生潜在路径集合,同时结合分支定界算法求得高质量的可行解。Wang 等^[52]针对多车场场景,构建了以车底时空路径为决策变量的混合整数线性规划模型,设计了分支定价算法,其利用动态规划算法生成潜在的车底运行路径,采用预处理策略和并行计算方法加速算法求解。

Benders 分解算法是另一种高效的精确求解方法。该方法能够根据模型特征,将原问题分解为主问题和子问题,并通过子问题动态地向主问题添加 Benders 割,使得主问题的最优解不断逼近原问题的最优解。基于其特有的分解特性,该方法已成功应用于求解与城轨列车运营相关的诸多问题。例如,Hu 等^[66]针对不确定换乘走行时间下的网络列车时刻表优化问题,设计了广义 Benders 分解算法,其将原问题分解为主问题和子问题两部分,主问题用于确定换乘衔接次数,子问题旨在优化各线路列车到发时间,通过迭代求解来获得各线路的最优列车时刻表。Di 等^[67]利用 Benders 分解算法,求解了城轨客货共运模式下客货车厢配置及流量控制问题。该算法将原始问题分解为车厢配置主问题和流量控制子问题,利用全幺模矩阵性质证明了线性松弛子问题的最优解为整数解,从而使得算法能够直接应用经典 Benders 割,显著提供了问题的求解效率。此外,Schettini 等^[68]针对需求驱动的列车时刻表问题,设计了一种基于 Benders 分解的分支定界算法。该方法通过运用求解器回调函数识别违反的 Benders 割,避免了对主问题进行反复求解,从而提高了求解效率。

对于多阶段决策优化问题,动态规划算法在贝尔曼最优性原理的保障下,通过逐阶段递归计算,可以获得最优解,已在列车时刻表优化问题中得到应

用。例如,Niu 等^[69]在不考虑列车能力约束的条件下,将列车时刻表优化问题转化为一个基于单列车的多阶段决策问题,并设计了动态规划求解算法,其中将列车作为阶段,列车始发站出发时间作为决策状态,乘客等待时间和车内拥挤度作为指标函数。Shi 等^[70]利用动态规划算法求解了模块化公交时刻表优化问题,其中以离散时间为阶段,以可用车底数量和乘客加载比例为状态,以乘客等待时间和车辆运行成本为指标函数。值得注意的是,随着问题规模的不断增加,状态空间一般呈指数级增长,动态规划算法面临“维数灾”影响。因此,如何根据问题特征设计有效的状态缩减策略,成为动态规划算法在求解大规模复杂问题时的关键。

3.3 其他算法

上述求解方法立足于离散优化理论,旨在针对列车时刻表和车底运用计划问题所具有的离散组合特性进行算法设计。然而,在许多实际问题中,组合状态或变量空间极为庞大,传统的离散优化算法往往需要耗费大量计算时间。为此,部分学者提出了以下两类近似优化算法:1) 从连续优化角度,构建列车时刻表连续近似优化模型,通过严格的数学推导获得列车时刻表问题的解析解,并在此基础上,设计启发式方法构造满足离散约束的可行解^[71-72]。同时,通过对解析解的深入分析,这类方法有利于揭示变量与参数之间的深层内在关系,可为运营管理提供更丰富的见解。2) 对于具有不确定性的随机场景,经典动态规划方法容易引发“维数灾”问题。因此,在动态规划算法中,通过引入一些近似策略,降低计算复杂度,使问题具备可解性,其已在列车运行实时调整问题中得到应用^[18]。

近年来,随着人工智能技术的不断进步,深度强化学习方法因其卓越的自我学习和在线适应能力,吸引了不同领域的众多学者关注。对于列车时刻表和车底运用计划问题,深度强化学习同样表现出了一定的应用潜力。Liao 等^[73]针对随机扰动下的列车运行调整问题,提出了一种深度强化学习方法。该方法能够实时计算随机扰动下最小能耗的列车时刻表,与遗传算法和传统深度学习方法相比,所提方法具有更好的实时性和节能效果。Ying 等^[74]针对随机客流条件下的列车时刻表和车底运用动态调整问题,首先将其表示为一个马尔科夫决策过程,提出了基于 Actor-Critic 的深度强化学习框架,通过实际算例验证了所提方法的有效性。类似地,Li 等^[75]基于马尔可夫决策过程,将列车时刻表优化问题构

建为涵盖目标函数和约束条件的通用学习环境,提出了基于 Actor-Critic 多智能体的深度学习方法,并分别对单线和双线情况进行了数值验证。以上研究为强化学习方法在列车时刻表和车底运用计划问题中的进一步推广奠定了基础,并为解决复杂环境下的列车运营调度问题提供了一个新视角。

4 结论

本文系统梳理了城轨列车时刻表与车底运用计划优化问题的研究现状,深入探讨了国内外学者在该领域的主要研究方向、建模方法和求解算法。同时,随着新兴通讯、控制等技术对列车运营模式的变革,以及大规模城轨线网和高强度客流需求的影响,这些优化问题正面临更为复杂的建模与求解挑战。为此,本文提出了未来可能的研究方向,具体如下。

1) 结合“先预测,再优化”(smart “predict, then optimize”, SPO)新理念,分析乘客流量、天气和节假日等因素,利用人工智能算法对客流进行精准实时预测,进而动态优化列车时刻表和车底运用计划,提升列车运营的准确性和灵活性。

2) 关注通信与控制技术的变革,深入研究其衍生的新问题。例如,在自动驾驶与虚拟编组等技术背景下,通过实时感知和精确控制列车运行过程,突破传统固定编组的限制,探索高峰期运力灵活调配与非高峰期节能降耗的新方案,推动城轨系统智慧化发展。

3) 将强化学习等新兴算法与经典的优化算法(如分支定界、动态规划等)相结合,在求解过程中兼顾计算效率与求解精度,以期在不同类型的实际场景中得到广泛应用,推动理论创新与实际应用的深度融合。

4) 通过多种交通方式的融合和创新,研究城市轨道交通与其他交通方式(如公共汽车、出租车、共享单车、无人驾驶汽车)的无缝衔接,提升乘客出行体验,减少交通拥堵,降低碳排放,推动城市智能交通体系的全面发展。

参考文献:

[1] 毛保华. 城轨系统运营管理[M]. 2 版. 北京:人民交通出版社,2017.

[2] 中国城市轨道交通协会. 城市轨道交通 2023 年度统计和分析报告[EB/OL]. (2024-03-29)[2024-12-04]. <https://www.camet.org.cn/xytj/tjxx/14894.shtml>.

[3] LUSBY R, LARSEN J, EHRGOTT M, et al. Railway

- track allocation; models and methods[J]. *OR Spectrum*, 2011, 33: 843-883.
- [4] 牛惠民. 轨道列车时刻表问题研究综述[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2021, 21(5): 114-124.
 - [5] NIU H M, ZHOU X S. Optimizing urban rail timetable under time-dependent demand and oversaturated conditions[J]. *Transportation Research Part C*, 2013, 36: 212-230.
 - [6] BARRENA E, CANCA D, COELHO L, et al. Single-line rail rapid transit timetabling under dynamic passenger demand[J]. *Transportation Research Part B*, 2014, 70: 134-150.
 - [7] SUN L J, JIN J J, LEE D, et al. Demand-driven timetable design for metro services[J]. *Transportation Research Part C*, 2014, 46: 284-299.
 - [8] YIN J T, YANG L X, TANG T, et al. Dynamic passenger demand oriented metro train scheduling with energy-efficiency and waiting time minimization; mixed-integer linear programming approaches[J]. *Transportation Research Part B*, 2017, 97: 182-213.
 - [9] SCHETTINI T, JABALO O, MALUCELLI F. Demand-driven timetabling for a metro corridor using a short-turning acceleration strategy[J]. *Transportation Science*, 2022, 56(4): 919-937.
 - [10] WU J J, LIU M H, SUN H J, et al. Equity-based timetable synchronization optimization in urban subway network[J]. *Transportation Research Part C*, 2015, 51: 1-18.
 - [11] YIN J T, D'ARIANO A, WANG Y H, et al. Timetable coordination in a rail transit network with time-dependent passenger demand[J]. *European Journal of Operational Research*, 2021, 295(1): 183-202.
 - [12] 徐瑞华, 张铭, 江志彬. 基于线网运营协调的城市轨道交通首末班列车发车时间域研究[J]. *铁道学报*, 2008, 30(2): 7-11.
 - [13] KANG L J, WU J J, SUN H J, et al. A case study on the coordination of last trains for the Beijing subway network[J]. *Transportation Research Part B*, 2015, 72: 112-127.
 - [14] KANG L J, ZHU X N, SUN H J, et al. Modeling the first train timetabling problem with minimal missed trains and synchronization time differences in subway networks[J]. *Transportation Research Part B*, 2016, 93: 17-36.
 - [15] YANG L X, DI Z, DESSOUKY M, et al. Collaborative optimization of last-train timetable with passenger accessibility: a space-time network design based approach[J]. *Transportation Research Part C*, 2020, 114: 572-597.
 - [16] CADARSO L, MARÍN Á, MARÓTI G. Recovery of disruptions in rapid transit networks[J]. *Transportation Research Part E*, 2013, 53: 15-33.
 - [17] 柏赞, 陈垚, 陈玥, 等. 考虑列车总晚点和到发均衡性的地铁列车运行调整方法研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2014, 14(3): 104-110.
 - [18] YIN J T, TANG T, YANG L X, et al. Energy-efficient metro train rescheduling with uncertain time-variant passenger demands; an approximate dynamic programming approach[J]. *Transportation Research Part B*, 2016, 91: 178-210.
 - [19] GAO Y, KROON L, SCHMIDT M, et al. Rescheduling a metro line in an over-crowded situation after disruptions[J]. *Transportation Research Part B*, 2016, 93: 425-449.
 - [20] LI S K, DESSOUKY M, YANG L X, et al. Joint optimal train regulation and passenger flow control strategy for high-frequency metro lines[J]. *Transportation Research Part B*, 2017, 99: 113-137.
 - [21] SHI J G, YANG L X, YANG J, et al. Service-oriented train timetabling with collaborative passenger flow control on an oversaturated metro line; an integer linear optimization approach[J]. *Transportation Research Part B*, 2018, 110: 26-59.
 - [22] LIANG J P, REN M X, HUANG K, et al. Data-driven timetable design and passenger flow control optimization in metro lines[J]. *Transportation Research Part C*, 2024, 166: 104761.
 - [23] 贾斌, 朱凌, 李树凯, 等. 城市轨道交通小交路计划与客流控制协同优化策略[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2022, 22(1): 124-132.
 - [24] 张松亮, 李得伟, 尹永昊. 需求响应机制下轨道交通出行预约与列车运行计划优化方法[J]. *交通运输工程学报*, 2022, 22(4): 285-294.
 - [25] AN N, YANG K, CHEN Y C, et al. Wasserstein distributionally robust optimization for train operation and freight assignment in a metro-based underground logistics system[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2024, 192: 110228.
 - [26] OZTURK O, PATRICK J. An optimization model for freight transport using urban rail transit[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 267(3): 1110-1121.
 - [27] SAHLI A, BEHIRI W, BELOKHTAR B S, et al. An effective and robust genetic algorithm for urban freight transport scheduling using passenger rail network[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022,

- 173;108645.
- [28] LI Z J, SHALABY A, ROORDA M J, et al. Urban rail service design for collaborative passenger and freight transport [J]. *Transportation Research Part E*, 2021, 147:102205.
- [29] 彭其渊, 廖珮茹, 何必胜, 等. 全天候运行条件下的城轨车底运用与检修协同优化[J]. *中国铁道科学*, 2022, 43(6):194-206.
- [30] NIU H M, ZHOU X X, TIAN X P. Coordinating assignment and routing decisions in transit vehicle schedules: a variable-splitting Lagrangian decomposition approach for solution symmetry breaking [J]. *Transportation Research Part B*, 2018, 107:70-101.
- [31] 钱名军, 李引珍, 王亚浩. 摘挂列车编组调车作业计划的统一编制方法[J]. *兰州交通大学学报*, 2018, 37(4):20-26.
- [32] WANG Y H, D'ARIANO A, YIN J T, et al. Passenger demand oriented train scheduling and rolling stock circulation planning for an urban rail transit line [J]. *Transportation Research Part B*, 2018, 118:193-227.
- [33] LIU R M, LI S K, YANG L X. Collaborative optimization for metro train scheduling and train connections combined with passenger flow control strategy[J]. *Omega*, 2020, 90:101990.
- [34] SHI F, ZHAO S, ZHOU Z, et al. Optimizing train operational plan in an urban rail corridor based on the maximum headway function [J]. *Transportation Research Part C*, 2017, 74:51-80.
- [35] YIN J T, PU F, YANG L X, et al. Integrated optimization of rolling stock allocation and train timetables for urban rail transit networks: a Benders decomposition approach [J]. *Transportation Research Part B*, 2023, 176:102815.
- [36] MO P L, YANG L X, D'ARIANO A, et al. Energy-efficient train scheduling and rolling stock circulation planning in a metro line: a linear programming approach[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2020, 21(9):3621-3633.
- [37] HUANG Y, ZHOU W L, QIN J, et al. Optimization of energy-efficiency train schedule considering passenger demand and rolling stock circulation plan of subway line[J]. *Energy*, 2023, 275:127475.
- [38] WANG Y H, ZHU S W, D'ARIANO A, et al. Energy-efficient timetabling and rolling stock circulation planning based on automatic train operation levels for metro lines [J]. *Transportation Research Part C*, 2021, 129:103209.
- [39] YUAN J W, GAO Y, LI S, et al. Integrated optimization of train timetable, rolling stock assignment and short-turning strategy for a metro line[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 301(3):855-874.
- [40] ZHAO S, YANG H, WU Y. An integrated approach of train scheduling and rolling stock circulation with skip-stopping pattern for urban rail transit lines[J]. *Transportation Research Part C*, 2021, 128:103170.
- [41] MO P L, D'ARIANO A, YANG L X, et al. An exact method for the integrated optimization of subway lines operation strategies with asymmetric passenger demand and operating costs [J]. *Transportation Research Part B*, 2021, 149:283-321.
- [42] GONG C C, LUAN X J, YANG L X, et al. Integrated optimization of train timetabling and rolling stock circulation problem with flexible short-turning and energy-saving strategies[J]. *Transportation Research Part C*, 2024, 166:104756.
- [43] ZHOU H S, QI J G, YANG L X, et al. Joint optimization of train scheduling and rolling stock circulation planning with passenger flow control on tidal overcrowded metro lines[J]. *Transportation Research Part C*, 2022, 140:103708.
- [44] 李正洋, 赵军, 彭其渊. 考虑多交路多编组的城市轨道交通线路列车交路计划优化[J]. *铁道学报*, 2020, 42(6):1-11.
- [45] ZHOU H S, QI J G, YANG L X, et al. Joint optimization of train timetabling and rolling stock circulation planning: a novel flexible train composition mode[J]. *Transportation Research Part B*, 2022, 162:352-385.
- [46] CADARSO L, MARÍN A. Integration of timetable planning and rolling stock in rapid transit networks [J]. *Annals of Operations Research*, 2012, 199:113-135.
- [47] PAN H C, YANG L X, LIANG Z, et al. New exact algorithm for the integrated train timetabling and rolling stock circulation planning problem with stochastic demand [J]. *European Journal of Operational Research*, 2024, 316(3):906-929.
- [48] ZHAO Y Q, LI D W, YIN Y H, et al. Integrated optimization of demand-driven timetable, train formation plan and rolling stock circulation with variable running times and dwell times [J]. *Transportation Research Part E*, 2023, 171:103035.
- [49] LU Y H, YANG L X, YANG H, et al. Robust collaborative passenger flow control on a congested metro line: a joint optimization with train timetabling [J]. *Transportation Research Part B*, 2023, 168:27-55.

- [50] CHEN Z B, LI S K, D'ARIANO A, et al. Real-time optimization for train regulation and stop-skipping adjustment strategy of urban rail transit lines[J]. *Omega*, 2022, 110:102631.
- [51] CHAI S M, YIN J T, D'ARIANO A, et al. A branch-and-cut algorithm for scheduling train platoons in urban rail networks[J]. *Transportation Research Part B*, 2024, 181:102891.
- [52] WANG E T, YANG L X, YIN J T, et al. Passenger-oriented rolling stock scheduling in the metro system with multiple depots; network flow based approaches [J]. *Transportation Research Part B*, 2024, 180:102885.
- [53] YIN J T, YANG L X, D'ARIANO A, et al. Integrated backup rolling stock allocation and timetable rescheduling with uncertain time-variant passenger demand under disruptive events [J]. *INFORMS Journal on Computing*, 2022, 34(6):3234-3258.
- [54] WANG H Y, YANG L X, ZHANG J L, et al. Real-time train timetabling with virtual coupling operations on a Y-type metro line[J]. *European Journal of Operational Research*, 2024, 319(1):168-190.
- [55] 成琳娜, 朱昌锋, 王学贵, 等. 考虑乘客有限理性的城轨列车组合式停站方案优化研究[J]. *兰州交通大学学报*, 2022, 41(6):14-20, 28.
- [56] GUO X, SUN H J, WU J J, et al. Multiperiod-based timetable optimization for metro transit networks[J]. *Transportation Research Part B*, 2017, 96:46-67.
- [57] GONG C C, SHI J G, WANG Y H, et al. Train timetabling with dynamic and random passenger demand; a stochastic optimization method [J]. *Transportation Research Part C*, 2021, 123:102963.
- [58] YANG L, GAO Y, D'ARIANO A, et al. Integrated optimization of train timetable and train unit circulation for a Y-type urban rail transit system with flexible train composition mode [J]. *Omega*, 2024, 122:102968.
- [59] WONG R C, YUEN T W, FUNG K W, et al. Optimizing timetable synchronization for rail mass transit [J]. *Transportation Science*, 2008, 42(1):57-69.
- [60] NIU H M, ZHOU X X, GAO R H. Train scheduling for minimizing passenger waiting time with time-dependent demand and skip-stop patterns; nonlinear integer programming models with linear constraints[J]. *Transportation Research Part B*, 2015, 76:117-135.
- [61] ZHOU X S, ZHONG M. Single-track train timetabling with guaranteed optimality; branch-and-bound algorithms with enhanced lower bounds[J]. *Transportation Research Part B*, 2007, 41(3):320-341.
- [62] WANG E T, YANG L X, LI P H, et al. Joint optimization of train scheduling and routing in a coupled multi-resolution space-time railway network [J]. *Transportation Research Part C*, 2023, 147:103994.
- [63] LIN Z Y, KWAN R S. A branch-and-price approach for solving the train unit scheduling problem [J]. *Transportation Research Part B*, 2016, 94:97-120.
- [64] HAAHR J, WAGENAAR J, VEELTENTURF L, et al. A comparison of two exact methods for passenger railway rolling stock (re)scheduling[J]. *Transportation Research Part E*, 2016, 91:15-32.
- [65] PAN H C, YANG L X, LIANG Z. Demand-oriented integration optimization of train timetabling and rolling stock circulation planning with flexible train compositions; a column-generation-based approach [J]. *European Journal of Operational Research*, 2023, 305(1):184-206.
- [66] HU Y T, LI S K, DESSOUKY M, et al. Computationally efficient train timetable generation of metro networks with uncertain transfer walking time to reduce passenger waiting time; a generalized Benders decomposition-based method [J]. *Transportation Research Part B*, 2022, 163:210-231.
- [67] DI Z, YANG L X, SHI J G, et al. Joint optimization of carriage arrangement and flow control in a metro-based underground logistics system [J]. *Transportation Research Part B*, 2022, 159:1-23.
- [68] SCHETTINI T, JABALI O, MALUCELLI F. A Benders decomposition algorithm for demand-driven metro scheduling[J]. *Computers & Operations Research*, 2022, 138:105598.
- [69] NIU H M, TIAN X P, ZHOU X X. Demand-driven train schedule synchronization for high-speed rail lines [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2015, 16(5):2642-2652.
- [70] SHI X W, LI X P. Operations design of modular vehicles on an oversaturated corridor with first-in, first-out passenger queueing [J]. *Transportation Science*, 2021, 55(5):1187-1205.
- [71] NEWELL G F. Dispatching policies for a transportation route [J]. *Transportation Science*, 1971, 5(1):91-105.
- [72] CHEN Z, LI X, QU X. A continuous model for designing corridor systems with modular autonomous vehicles enabling station-wise docking [J]. *Transportation Science*, 2022, 56(1):1-30.

ENCE A,2021,22(1):53-69.

[17] 唐吉意,林平,罗雁云.城市轨道交通对建筑物室内噪声辐射试验研究[J]. 青岛理工大学学报,2017,38(4):95-101.

[18] 朱彦,陈光治,林常明.城市高架轨道桥辐射噪声的计算与分析[J]. 噪声与振动控制,2005(3):37-41.

[19] 唐娟.地铁列车运行引起的建筑物内结构噪声研究[D]. 南昌:华东交通大学,2013.

[20] 翟婉明. 机车-轨道耦合动力学理论及其应用[J]. 中国铁道科学,1996,17(2):58-73.

[21] 翟婉明,夏禾. 列车-轨道-桥梁动力相互作用理论与工程应用[M]. 北京:科学出版社,2011.

[22] 杜森,王开云,閻鑫,等. 高速铁路典型无砟轨道的桥梁噪声特性分析[J]. 兰州交通大学学报,2022,41(6):89-95.

[23] 马大猷. 噪声控制学[M]. 北京:科学出版社,1987.

[24] 马大猷. 现代声学理论基础[M]. 北京:科学出版社,2004.

[25] 国家住房和城乡建设部,国家质检总局. 住宅建筑室内振动限值及其测量方法标准:GB/T 50355—2005[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2006.

(责任编辑:赵冬艳)

(上接第 14 页)

[73] LIAO J L,YANG G,ZHANG S W,et al. A deep reinforcement learning approach for the energy-aimed train timetable rescheduling problem under disturbances[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification,2021,7(4):3096-3109.

[74] YING C S,CHOW A,CHIN K. An actor-critic deep reinforcement learning approach for metro train scheduling with rolling stock circulation under stochastic demand[J]. Transportation Research Part B,2020,140:210-235.

[75] LI W Q,NI S Q. Train timetabling with the general learning environment and multi-agent deep reinforcement learning[J]. Transportation Research Part B,2022,157:230-251.

(责任编辑:马延麟)